

کد کنترل

897

A

عصر پنج شنبه
۱۴۰۳/۱۲/۰۲



«علم و تحقیق، کلید پیشرفت کشور است.»
مقام معظم رهبری

دفترچه شماره ۳ از ۳

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره های دکتری (نیمه متمرکز) – سال ۱۴۰۴
مهندسی مکانیک (۱) – (کد ۲۳۲۱)

تعداد سؤال: ۷۵ سؤال
مدت زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات مهندسی	۱۵	۱	۱۵
۲	آنالیز شکل دادن فلزات – متالورژی در تولید – ابزارشناسی و ماشین کاری پیشرفته	۳۰	۱۶	۴۵
۳	مکانیک محیط پیوسته – تئوری الاستیسیته	۳۰	۴۶	۷۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات کادر زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

ریاضیات مهندسی:

۱- فرض کنید $f(x) = e^x$ ، $-\pi < x < \pi$ و $f(x + 2\pi) = f(x)$. مقدار $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{in(\pi-t)} dt$ کدام است؟

(۱) πe^{π}

(۲) $\pi e^{-\pi}$

(۳) $2\pi \sinh \pi$

(۴) $2\pi \cosh \pi$

۲- فرض کنید $\int_0^{\infty} f(w) \sin(wx) dw = \begin{cases} \sin(2x) & , 0 \leq x < \pi \\ 0 & , x \geq \pi \end{cases}$ مقدار $\int_0^{\infty} x f(x) dx$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) $\frac{\pi}{2}$

۳- فرض کنید $Y(w) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x) e^{-iwx} dx$ تبدیل فوری به جواب معادله دیفرانسیل $y'' - 4y = \begin{cases} -1 & , 0 < |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \text{سایر جاها} \end{cases}$ و

$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ باشد. مقدار $Y(3)$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{39}$

(۲) صفر

(۳) $\frac{1}{39}$

(۴) $\frac{2}{39}$

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل جزئی $y^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + (x^2 - 1) u_{yy} = 0$ ، کدام است؟ f و g توابع دلخواه و به اندازه کافی، دیفرانسیل پذیر هستند.

$$u(x, y) = f(y^2 + x^2 + 2x) + g(y^2 + x^2 - 2x) \quad (۱)$$

$$u(x, y) = f(y^2 - x^2 + 2x) + g(y^2 - x^2 - 2x) \quad (۲)$$

$$u(x, y) = f(yx - 2y) + g(yx + 2y) \quad (۳)$$

$$u(x, y) = f(xy - 2x) + g(xy + 2x) \quad (۴)$$

۵- جواب مسئله $u_y(x, 0) = x$, $u(x, 0) = \sin(x)$, $u_{xx} - u_{yy} = 1$, $x \in \mathbb{R}$, $y > 0$ ، کدام است؟

$$u(x, y) = \frac{1}{4} (\sin(x+y) + \sin(x-y)) + xy - \frac{1}{4} y^2 \quad (۱)$$

$$u(x, y) = \frac{1}{4} (\sin(x+y) + \sin(x-y)) + xy - y^2 \quad (۲)$$

$$u(x, y) = \sin(x+y) + \sin(x-y) - \sin(x) + xy - y^2 \quad (۳)$$

$$u(x, y) = \sin(x+y) + \sin(x-y) - \sin(x) + xy - \frac{1}{4} y^2 \quad (۴)$$

۶- جواب مسئله مقدار مرزی زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx}, -1 < x < 1, t > 0 \\ u(-1, t) = u(1, t), u_x(-1, t) = u_x(1, t) \\ u(x, 0) = |x| \end{cases}$$

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cos(n\pi x)}{n^2 \pi^2} [(-1)^n - 1] e^{-n^2 \pi^2 t} \quad (۱)$$

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cos(n\pi x)}{n^2 \pi^2} [(-1)^n - 1] e^{-2n^2 \pi^2 t} \quad (۲)$$

$$u(x, t) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x)}{(2n-1)^2} e^{-2(2n-1)^2 \pi^2 t} \quad (۳)$$

$$u(x, t) = 1 - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x)}{(2n-1)^2} e^{-2(2n-1)^2 \pi^2 t} \quad (۴)$$

۷- مسئله موج زیر مفروض است. مقدار $u(\frac{5}{4}, \frac{3}{4})$ ، کدام است؟

$$u_{tt} - 4u_{xx} = \begin{cases} 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}, u(x, 0) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}, u_t(x, 0) = 0$$

$$\frac{1}{64} \quad (۱) \quad \text{صفر} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۴) \quad -\frac{1}{32} \quad (۳)$$

۸- معادله لاپلاس $\nabla^2 v(x, y) = 0$ ، با شرایط مرزی $v(x, 0) = \begin{cases} A_0 & x > 0 \\ 2A_0 & x < 0 \end{cases}$ مفروض است.

اختلاف پتانسیل دو نقطه $(1, 1)$ و $(1, \sqrt{3})$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{A_0}{3}$

(۲) $\frac{A_0}{4}$

(۳) $\frac{A_0}{6}$

(۴) $\frac{A_0}{12}$

۹- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، مقدار $\int_0^{2\pi} e^{\cos(\theta)} e^{-i(n\theta - \sin(\theta))} d\theta$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{2\pi}{n!}$

(۳) $\frac{2\pi}{(n-1)!}$

(۴) $\frac{\pi}{n!}$

۱۰- سری لوران تابع $f(z) = \frac{-1}{(z-1)(z-2)}$ در ناحیه $|z| > 2$ ، کدام است؟

(۱) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^{n-1}}{z^n}$

(۲) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^{n+1}}{z^n}$

(۳) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^{n+1}}{z^{n-1}}$

(۴) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^{n-1}}{z^{n-1}}$

۱۱- مقدار $\oint_{|z|=1} \left(\frac{\bar{z} + |z|}{z} + \frac{e^z}{z^3} \right) dz$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) πi

(۳) $2\pi i$

(۴) $3\pi i$

۱۲- تعداد جواب‌های معادله مختلط $\bar{z}^2 - 2z + 3i = 0$ ، کدام است؟

(۱) ∞

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۱

۱۳- نقاط غیرتحلیلی تابع $f(z = x + iy) = |x^2 - y^2| - 2xyi$ ، کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\left\{ z : |\arg(z) - k\pi| > \frac{\pi}{4} \right\} \quad (۱)$$

$$\left\{ z : |\arg(z) - k\pi| < \frac{\pi}{4} \right\} \quad (۲)$$

$$\left\{ z : |\arg(z) - 2k\pi| < \frac{\pi}{4} \right\} \quad (۳)$$

$$\left\{ z : |\arg(z) - k\pi| > \frac{\pi}{4} \right\} \quad (۴)$$

۱۴- مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+3)\cos(x)}{x^4 + 4x^2 + 3} dx$ ، کدام است؟

$$2\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{e} + \frac{1}{e\sqrt{3}} \right) \quad (۱)$$

$$2\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{e} - \frac{1}{e\sqrt{3}} \right) \quad (۲)$$

$$\sqrt{3}\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{e} - \frac{1}{e\sqrt{3}} \right) \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{e} - \frac{1}{e\sqrt{3}} \right) \quad (۴)$$

۱۵- نقش تصویر ناحیه $0 \leq r \leq 2 \cos(\theta)$ در مختصات قطبی، توسط نگاشت $w = \frac{z}{z-1}$ ، کدام است؟

$$|w+1| \leq 1 \quad (۱)$$

$$|w+1| \geq 1 \quad (۲)$$

$$|w-1| \geq 1 \quad (۳)$$

$$|w-1| \leq 1 \quad (۴)$$

آنالیز شکل دادن فلزات - متالورژی در تولید - ابزارشناسی و ماشین کاری پیشرفته:

۱۶- در یک کارخانه نورد، کاهش سطح مقطع در مرحله اول ۱۵٪، در مرحله دوم ۱۰٪ و در مرحله سوم ۵٪ است. با فرض ثابت بودن قطر غلتک‌ها در هر مرحله، در صورتی که غلتک مرحله اول با سرعت ۲۰ rpm دوران کند، سرعت غلتک سوم چند rpm است؟

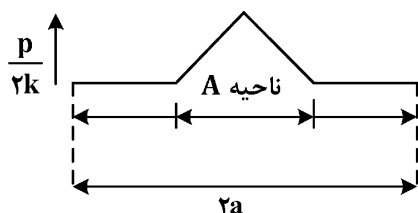
(۱) ۲۰

(۲) ۲۳/۴

(۳) ۲۶

(۴) ۲۷/۵۲

۱۷- شکل زیر، تنش‌های مؤثر بر جزء کوچکتر از صفحه تخت تحت تأثیر فشار در شرایط تغییر شکل صفحه‌ای بین دو صفحه فشار موازی را نشان می‌دهد. کدام مورد، در خصوص ناحیه A و خارج از آن درست است؟



(۱) در ناحیه A، اصطکاک چسبنده و خارج از آن لغزنده است.

(۲) در ناحیه A، اصطکاک لغزنده و در خارج از آن چسبنده است.

(۳) در کل طول ۲a (ناحیه A و خارج از آن)، اصطکاک چسبنده است.

(۴) در کل طول ۲a (ناحیه A و خارج از آن)، اصطکاک لغزنده است.

۱۸- کرنش ناپایداری ($\bar{\epsilon}$) در مخزن کروی شکل تحت فشار داخلی، چند برابر n است؟

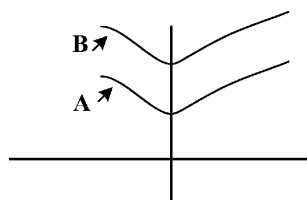
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۱۹- شکل زیر، نمودار FLD مربوط به دو ماده ورق‌ای متفاوت است. کدام ماده، مناسب کشش عمیق است و دلیل آن تحمل کردن بیشتر کدام مورد تا قبل از شکست می‌باشد؟



(۱) تنش، (A)

(۲) تنش، (B)

(۳) کرنش، (A)

(۴) کرنش، (B)

۲۰- در روش «میدان خطوط لغزش» کدام مورد، در خصوص خطوط لغزش (α, β) نادرست است؟

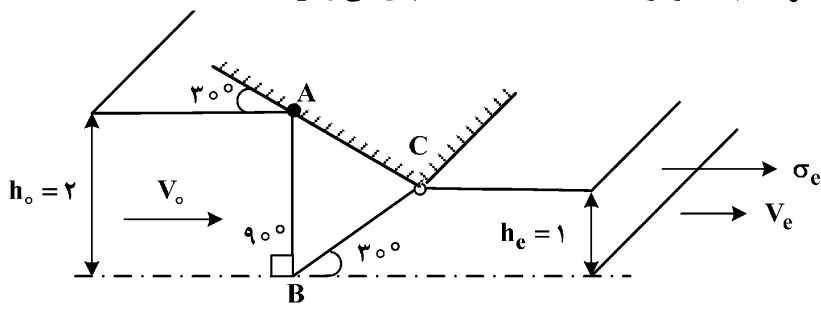
(۱) خطوط α و β ، سطوح آزاد فلز را تحت زاویه 45° قطع می‌کنند.

(۲) خطوط α و β ، سطوح قالب را حتماً تحت زاویه 45° قطع می‌کنند.

(۳) در طول خطوط لغزش مستقیم، هم مقدار و هم جهت ناپیوستگی سرعت ثابت است.

(۴) تمام خطوط α وقتی از یک خط β به خط دیگری می‌رود، به یک اندازه انحراف حاصل می‌کند.

۲۱- در فرایند کشش ورق کرنش صفحه‌ای بدون اصطکاک، با توجه به الگوی تغییر شکل نشان داده شده، با استفاده از روش کران بالا، تنش لازم در خروجی (σ_e) چند برابر k است؟ (k استحکام برشی ورق است).



- $$\begin{array}{ll} \frac{1}{2} & (1) \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & (2) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & (3) \\ \sqrt{3} & (4) \end{array}$$

۲۲- کدام مورد درست است؟

- ۱) استحکام کششی، رابطه مستقیم با سختی ندارد.
- ۲) استحکام کششی، رابطه مستقیم با استحکام خستگی سیکل بالا ندارد.
- ۳) استحکام کششی، رابطه مستقیم با سختی و استحکام خستگی سیکل بالا دارد.
- ۴) رابطه‌ای بین استحکام کششی با سختی و استحکام خستگی سیکل بالا وجود ندارد.
- ۲۳- برای ساخت فنرهای مکانیکی، باید از ماده‌ای استفاده شود که تنش تسلیم و مدول الاستیسیته آن، به ترتیب چگونه باشد؟

- (۱) بالا - پايين (۲) بالا - بالا (۳) پايين - بالا (۴) پايين - پايين

۲۴- افزایش دما رفتار کششی فلزات از جمله استحکام، قابلیت تغییر فرم و مدول الاستیسیته را به ترتیب چگونه تغییر می‌دهد؟

- (۱) کاهش - کاهش - کاهش
(۲) کاهش - افزایش - کاهش
(۳) کاهش - افزایش - افزایش
(۴) افزایش - افزایش - افزایش

۲۵- ورقه به قطر ۶۰ میلی‌متر و ضخامت ۲ میلی‌متر طی فرایند کشش عمیق به یک فنجان تبدیل می‌شود. کمترین قطر فنجان قابل ساخت، برابر با چند میلی‌متر است؟

- 11/11 (1)
 17/45 (2)
 22/22 (3)
 34/90 (4)

۲۶- پارامتر سه محوری تنش (Stress triaxiality) چیست و افزایش آن به همراه افزایش ذرات ناخالصی (Inclusions) چه تأثیری بر کرنش شکست نرم فلزات دارند؟

- (۱) نسبت تنش هیدرواستاتیک به تنش معادل - افزایش کرنش شکست
(۲) نسبت تنش معادل به تنش هیدرواستاتیک - افزایش کرنش شکست
(۳) نسبت تنش معادل به تنش هیدرواستاتیک - کاهش کرنش شکست
(۴) نسبت تنش هیدرواستاتیک به تنش معادل - کاهش کرنش شکست

۲۷- تغییر ساختار فلزات در فرایند ترمومکانیک، چگونه است و کنترل فرایند بر استحکام و چقرمگی شکست چه تأثیری دارد؟

- (۱) ریزش دانه‌ها به علت تبلور مجدد - بهبود استحکام و چقرمگی شکست با کاهش اندازه دانه‌های بلوری
(۲) جوانه‌زنی و تشکیل ذرات رسوب در فرایند کار داغ - افزایش استحکام و کاهش چقرمگی شکست
(۳) ساختار غیرپایدار به علت تنش مکانیکی و حرارتی - افزایش سختی و استحکام و کاهش چقرمگی شکست
(۴) افزایش تراکم نایحایه‌ها به علت کار سختی - بهبود استحکام و چقرمگی

۲۸- آزمون کشش برای ماده‌ای که رابطه تنش - کرنش آن از رابطه $\sigma = k(\epsilon + n)^n$ پیروی می‌کند انجام شده است. گلوئی شدن این ماده در چه کرنشی (ϵ) آغاز می‌شود؟

- (۱) $2n$ (۲) $\frac{n}{2}$
(۳) $2nk$ (۴) $\frac{nk}{2}$

۲۹- در کدام فولاد ضدزنگ، امکان سخت کاری با عملیات حرارتی وجود دارد؟

- (۱) ۳۱۶
(۲) ۴۱۰
(۳) ۳۰۴L
(۴) ۳۱۶L

۳۰- شعاع اتمی مس 0.128 nm و ساختار آن FCC و وزن اتمی آن $\frac{63.5}{\text{mol}}$ gr می‌باشد. دانسیته تئوری آن چند

- $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است؟
(۱) ۸.۸۹
(۲) ۸.۹۴
(۳) ۸.۹۸
(۴) ۹.۸۹

۳۱- کدام رفتار، توسط انباشت نابجایی‌های هم‌علامت پشت سر یک مانع در یک بلور فلز، قابل توجیه است؟

- (۱) نقطه تسلیم (۲) پیر کرنشی (۳) اثر باوشینگر (۴) برگشت فنری

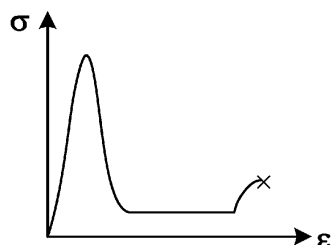
۳۲- کدام گزاره، درخصوص خواص مکانیکی فلزات درست است؟

- (۱) انجام کار سرد سبب کاهش برجهندگی می‌شود.
(۲) مدول الاستیک تحت تأثیر پیوند بین اتمی بوده و آلیاژسازی تأثیر اندکی بر آن دارد.
(۳) چقرمگی تنها وابسته به داکتیلیتی است و میزان استحکام نهایی بر روی آن تأثیر ندارد.
(۴) با انجام عملیات حرارتی مناسب می‌توان به مدول الاستیک و استحکام تسلیم موردنظر دست یافت.

۳۳- کاهش شعاع بحرانی در انجماد فلزات به چه دلیل رخ می‌دهد و منجر به چه اتفاقی می‌شود؟

- (۱) کاهش دمای تبرید - افزایش اندازه دانه‌ها
(۲) افزایش تعداد جوانه‌های پایدار - ریزدانه شدن فلز
(۳) افزایش دمای فوق تبرید - ریزدانه شدن فلز
(۴) کاهش دمای انجماد - ریزدانه شدن و کاهش اندازه دانه‌ها

۳۴- نمودار تنش - کرنش کدام دسته از مواد، در نمودار زیر نشان داده شده است؟



- (۱) ساختار HCP
(۲) ساختار FCC
(۳) تک کریستال
(۴) آمورف

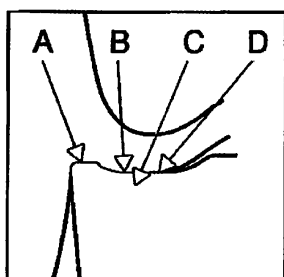
۳۵- حین عملیات بازیابی (Recovery) آلیاژی از آلومینیوم، تغییرات کدام پارامتر مشابه سایر پارامترها نیست؟

- (۱) اندازه دانه
(۲) چگالی نابه جایی ها
(۳) استحکام مکانیکی
(۴) مقاومت الکتریکی

۳۶- اگر ملاک تعیین عمر ابزار براساس معادله تیلور و $n = 0.5$ باشد، در صورت نصف شدن سرعت برش، عمر ابزار چند برابر می شود؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

۳۷- عوامل اصلی مؤثر بر سایش ابزار در مناطق تعیین شده در شکل زیر، به ترتیب حروف، کدام مورد می باشد؟



- (۱) ساینده - مکانیکی - حرارتی - شیمیایی
(۲) شیمیایی - مکانیکی - حرارتی - ساینده
(۳) حرارتی - مکانیکی - شیمیایی - ساینده
(۴) مکانیکی - حرارتی - شیمیایی - ساینده

۳۸- با افزایش اندازه سایش پهلوی ابزار (Flank wear)، کدام گزینه برای بیان نوع و اندازه تنش پسماند در سطح قطعه کار درست است؟

- (۱) فشاری، کاهش می یابد.
(۲) فشاری، افزایش می یابد.
(۳) کششی، افزایش می یابد.
(۴) کششی، کاهش می یابد.

۳۹- اگر در برش متعامد، کرنش برشی در صفحه برش از طریق رابطه $\gamma = \frac{\cos \alpha}{\sin(\phi) \cos(\phi - \alpha)}$ داده شود، بازنویسی این رابطه بر حسب مؤلفه های سرعت به کدام صورت خواهد بود؟

$$\gamma = \frac{V_c \cos \alpha}{V \sin^2 \phi} \quad (۱)$$

$$\gamma = \frac{V_s}{V \sin(\phi)} \quad (۲)$$

$$\gamma = \frac{V_s}{V_c \cos(\phi - \alpha)} \quad (۳)$$

(۴) هر سه مورد

۴۰- تغییرات زاویه لبه برش جانبی (زاویه هدایت)، ابعاد براده را چگونه تغییر می دهد؟

- (۱) افزایش این زاویه، باعث عریض شدن براده و کاهش ضخامت آن می شود.
(۲) افزایش این زاویه، باعث کم عرض شدن براده و افزایش ضخامت آن می شود.
(۳) کاهش این زاویه، باعث عریض شدن براده و کاهش ضخامت آن می شود.
(۴) تغییرات این زاویه، تأثیری بر روی ابعاد براده ندارد.

- ۴۱- در فرایند ماشین کاری، افزایش سرعت برشی، باعث کاهش میزان حرارت انتقال یافته به کدام اجزا می شود؟
 (۱) قیدوبند قطعه کار
 (۲) براده های تولید شده
 (۳) ابزار برشی
 (۴) قطعه کار
- ۴۲- در کدام تئوری برش، مقدار زاویه صفحه برش به دست آمده از تئوری با نتیجه به دست آمده از تجربه نزدیک تر است و دلیل آن چیست؟
 (۱) تئوری اکسلی - تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را یکنواخت گرفته است.
 (۲) تئوری لی و شافر - تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را غیریکنواخت گرفته است.
 (۳) تئوری اکسلی - تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را غیریکنواخت گرفته است.
 (۴) تئوری مرچنت - تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را غیریکنواخت گرفته است.
- ۴۳- بزرگ شدن کدام زاویه در یک ابزار برشی تک لبه، باعث هدایت نیروهای پیشروی در جهت شعاعی می شود؟
 (۱) لبه برش جانبی
 (۲) لبه برش انتهایی
 (۳) پستی براده
 (۴) جانبی براده
- ۴۴- کدام ابزار، برای ماشین کاری مواد آهنی مناسب نیست؟
 (۱) سرمت
 (۲) فولادهای تندبر
 (۳) سرامیکی
 (۴) الماس پلی کریستال
- ۴۵- اگر ضخامت براده تغییر شکل نیافته به اندازه کافی بزرگ باشد، افزایش شعاع لبه برش و کاهش زاویه آزاد ابزار، به ترتیب چه تأثیری بر انرژی مخصوص تراش دارند؟
 (۱) کاهش - افزایش
 (۲) کاهش - کاهش
 (۳) افزایش - افزایش
 (۴) افزایش - کاهش

مکانیک محیط پیوسته - تئوری الاستیسیته:

- ۴۶- اگر δ_{ij} دلتای کرونکر باشد، حاصل عبارت $\delta_{kj}\delta_{ij} - \delta_{ik}\delta_{ll}$ کدام است؟
 (۱) صفر
 (۲) $-\delta_{ki}$
 (۳) $2\delta_{ki}$
 (۴) $-2\delta_{ki}$
- ۴۷- اگر A یک میدان برداری و X بردار موقعیت نقطه (X_1, X_2, X_3) باشد، آنگاه حاصل $\nabla^2(A \cdot X)$ کدام است؟
 (۱) $\nabla \cdot A + \nabla^2 A \cdot X$
 (۲) $2\nabla \cdot A + 2\nabla^2 A \cdot X$
 (۳) $\nabla^2 A \cdot X + 2\nabla \cdot A$
 (۴) $\nabla \cdot A + 2\nabla^2 A \cdot X$
- ۴۸- اگر λ و \vec{V} به ترتیب مقدار ویژه و بردار ویژه تانسور مرتبه دوم A باشند، به ترتیب مقدار ویژه و بردار ویژه تانسور A^{-2} کدام است؟
 (۱) $-\lambda^2$ و \vec{V}
 (۲) λ^{-2} و \vec{V}
 (۳) $-\lambda^2$ و $2\vec{V}$
 (۴) λ^{-2} و $2\vec{V}$

۴۹- مرز حجم V سطح بسته هموار محدب S ، با نرمال یکه روبه خارج n است. اگر x بردار موقعیت المان سطح در روابط

$$a = \int_S x_i n_j ds \quad \text{و} \quad b = \int_S \nabla(x \cdot x) \cdot n ds$$

کدام است؟ $\frac{a}{b}$ باشد،

$$\frac{1}{6} \delta_{ij} \quad (۱) \quad ۴ \delta_{ij} \quad (۲)$$

$$۶ \delta_{ij} \quad (۳) \quad \frac{1}{۴} \delta_{ij} \quad (۴)$$

۵۰- اگر دو انعکاس متوالی، به ترتیب نسبت به صفحات عمود بر $n_1 = e_1 - e_2$ و $n_2 = e_2 + e_3$ انجام شود، محور دوران چرخش هم‌ارز این انعکاس‌ها کدام است؟

$$e_1 + e_2 + e_3 \quad (۱) \quad e_1 - e_2 + e_3 \quad (۲)$$

$$-e_1 - e_2 + e_3 \quad (۳) \quad e_1 - e_2 - e_3 \quad (۴)$$

۵۱- نرخ کشیدگی برای المان مادی $dx = \frac{ds}{\sqrt{2}}(e_1 + e_2)$ در میدان سرعت $v = \frac{\alpha(t+k)}{1+x_1} e_1$ در مبدأ مختصات و در زمان $t=1$ کدام است؟ (α و k ثابت فرض شوند).

$$-\frac{1}{2} \alpha(1+k) \quad (۱) \quad \frac{1}{2} \alpha(1+k) \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \alpha(1+k) \quad (۳) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha(1+k) \quad (۴)$$

۵۲- در دوران صلب با سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega}$ حول محوری که از مبدأ مختصات می‌گذرد، میدان سرعت \vec{v} ایجاد می‌شود. بردار گرداب $\text{curl } \vec{v}$ کدام است؟

$$\vec{\omega} \quad (۱)$$

$$۲\vec{\omega} \quad (۲)$$

$$-\vec{\omega} \quad (۳)$$

$$-۲\vec{\omega} \quad (۴)$$

۵۳- کشیدگی در المانی در راستای $e_1 + e_2$ در تغییر شکل $x_1 = X_1 + 2X_2$ ، $x_2 = X_2$ ، $x_3 = X_3$ چقدر است؟

$$\sqrt{5} \quad (۱)$$

$$۲\sqrt{5} \quad (۲)$$

$$۳\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{۲} \quad (۴)$$

۵۴- در یک تغییر شکل همگن برش ساده در صفحه $x_1 x_2$ ، نقطه مرجع $A(1,0,1)$ به نقطه $A'(2,0,1)$ تبدیل شده و مبداء مختصات بدون تغییر باقی مانده است. بیشترین کشیدگی در این محیط چقدر است؟

$$\sqrt{\frac{5}{۲}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{۳}{۲}} \quad (۱)$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{۲} \quad (۴)$$

$$\frac{1+\sqrt{۳}}{۲} \quad (۳)$$

۵۵- زاویه بین دو راستای مرجع $e_1 + e_2$ و $e_1 - e_2$ بعد از تغییر شکل همگن $x_1 = X_1 + 2X_2$ و $x_2 = 3X_2$ ، $x_3 = 2X_3$ کدام است؟

$$\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \quad (۱) \quad \cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right) \quad (۲)$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right) \quad (۳) \quad \cos^{-1}\left(\frac{-4}{\sqrt{5}}\right) \quad (۴)$$

۵۶- در میدان سرعت اولیری $v_1 = x_1 + 2x_2$ و $v_2 = 2x_1 - x_2$ ، $v_3 = 0$ ، نرخ کشیدگی پاره‌خطی که در لحظه جاری با جهت مثبت محورهای مختصات زوایای مساوی می‌سازد، چقدر است؟

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (۱) \quad 4 \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳) \quad \frac{4}{3} \quad (۴)$$

۵۷- محیط پیوسته‌ای تحت تنش یکنواخت کوشی به صورت برش خالص $T_{12} = T_{21} = 100$ (سایر T_{ij} ها صفرند) و تغییر شکل برشی ساده با گرادیان $F = I + 2e_1e_2$ (I: تانسور یکه) قرار دارد. بردار تنش اول پایولا - کریشهف روی سطح مرجع عمود بر $e_1 - e_2$ کدام است؟

$$(100, -300, 0)/\sqrt{2} \quad (۱) \quad (-300, 100, 0)/\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$(100, -300, 0) \quad (۳) \quad (-300, 100, 0) \quad (۴)$$

۵۸- اگر $C_{ij} = C_{ji}$ مقادیر ثابتی باشند، عبارت $(C_{ij}x_i x_j)_{,k}$ برابر با کدام گزینه است؟

$$3C_{ki}x_i \quad (۱) \quad 2C_{ii}x_k \quad (۲)$$

$$2C_{ki}x_i \quad (۳) \quad 3C_{ii}x_k \quad (۴)$$

۵۹- مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1 \quad (۱) \quad \lambda_1 = -1 \text{ و } \lambda_2 = \lambda_3 = 1 \quad (۲)$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -1 \text{ و } \lambda_3 = 1 \quad (۳) \quad \lambda = 1 \text{ مقدار ویژه حقیقی ۱ و دو مقدار ویژه دیگر موهومی} \quad (۴)$$

۶۰- در یک محیط تراکم‌ناپذیر، کدام مورد همواره درست است؟

(۱) مساحت همه سطوح مادی ثابت می‌ماند.

(۲) مساحت همه سطوح مادی تغییر می‌کند.

(۳) یکی از کشیدگی‌های اصلی برابر یک است.

(۴) حداقل یک کشیدگی اصلی بزرگتر از یک و حداقل یک کشیدگی اصلی کوچک‌تر از یک است.

۶۱- سه مؤلفه از میدان کرنش به صورت زیر بر حسب مختصات (x_1, x_2, x_3) داده شده است. کدام تابع برای ϵ_{22} ،

شرط سازگاری کرنش را تأمین می‌کند؟ $(\epsilon_{ij,mn} + \epsilon_{mn,ij} = \epsilon_{im,jn} + \epsilon_{jn,im})$

$$\epsilon_{12} = x_1^2 + x_2 x_3 \quad ; \quad \epsilon_{22} = x_1 x_2 \quad ; \quad \epsilon_{13} = x_2^2$$

$$x_1^2 x_3 \quad (۱) \quad x_1 + x_3 \quad (۲)$$

$$x_1 x_3 \quad (۳) \quad x_1 x_3^2 \quad (۴)$$

۶۲- در میدان جابه‌جایی $u = Axy$ و $v = Bxz^2$ ، $w = C(x^2 + y^2)$ ، مؤلفه دوران در صفحه xz کدام است؟ (A، B و C ثابت هستند.)

(۲) $-C_x$

(۱) C_x

(۴) $-C_y$

(۳) C_y

۶۳- در بارگذاری تک‌محوری ماده ایزوتروپ الاستیک خطی، کرنش جانبی درون صفحه، در حالت کرنش صفحه‌ای چگونه است؟

(۱) برابر با کرنش محوری درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.

(۲) کوچک‌تر از کرنش جانبی درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.

(۳) بزرگ‌تر از کرنش جانبی درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.

(۴) برابر با کرنش جانبی درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.

۶۴- معادله ساختاری یک ماده ارتوتروپ الاستیک در حالت تنش صفحه‌ای به صورت زیر است. معادله سازگاری کرنش بر حسب تابع تنش ایری ϕ کدام است؟ (D یک ثابت است و از نیروهای حجمی صرف‌نظر شود.)

$$\epsilon_{xx} = D\sigma_{xx} + \frac{D}{\nu}\sigma_{yy} \quad ; \quad \epsilon_{yy} = \frac{D}{\nu}\sigma_{xx} + D\sigma_{yy} \quad ; \quad \epsilon_{xy} = \frac{D}{\nu}\sigma_{xy}$$

(۲) $\nabla^2 \phi = 0$

(۱) $\nabla^4 \phi = 0$

(۴) $\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0$

(۳) $\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0$

۶۵- در یک مسئله تنش صفحه‌ای در صفحه xy ، در کدام مورد همه معادلات سازگاری کرنش برقرار هستند؟

(۱) فقط کرنش e_{zz} تابع خطی از مختصات x و y باشد.

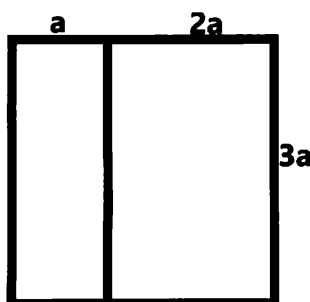
(۲) فقط عبارت $e_{xx,yy} + e_{yy,xx}$ برابر $2e_{xy,xy}$ باشد.

(۳) کرنش e_{zz} تابع خطی از مختصه z باشد و عبارت $e_{xx,yy} + e_{yy,xx}$ برابر $2e_{xy,xy}$ باشد.

(۴) کرنش e_{zz} تابع خطی از مختصات x و y باشد و عبارت $e_{xx,yy} + e_{yy,xx}$ برابر $2e_{xy,xy}$ باشد.

۶۶- مقطع جدار نازک دو حفره‌ای زیر، تحت تأثیر لنگر پیچشی T قرار دارد. حداکثر تنش برشی چند برابر $\frac{T}{a^2 t}$ است؟

(ضخامت در همه شاخه‌ها t است.)



(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{2}{9}$

(۴) $\frac{1}{18}$

۶۷- در یک جامد ایزوتروپ الاستیک خطی، مدول حجمی و مدول برشی با هم برابر هستند. با توجه به رابطه

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

ثابت لامه λ در این محیط چند برابر E است؟

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{2}{5}$

(۴) صفر

(۳) $\frac{4}{27}$

۶۸- اگر ورقه نازک از ماده ایزوتروپ الاستیک خطی تحت تنش‌های $\begin{cases} \sigma_x = 2\sigma_y \\ \sigma_y \end{cases}$ قرار گیرد، در حالت تنش

صفحه‌ای، $\frac{\sigma_x}{\epsilon_x}$ برابر با کدام است؟

(۱) $\frac{2E}{2-\nu}$

(۲) $\frac{E}{2(1-\nu)}$

(۳) $2E$

(۴) E

۶۹- در یک مقطع بیضوی توپر تحت پیچش، اگر قطر بزرگ دو برابر و قطر کوچک نصف شود، حداکثر تنش برشی چه تغییری می‌کند؟

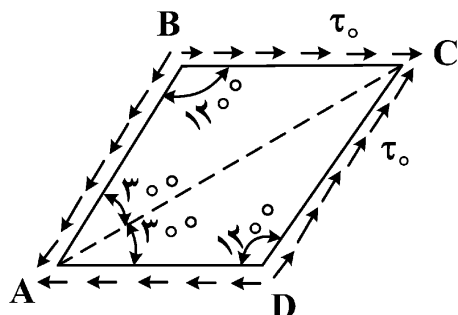
(۱) نصف می‌شود.

(۲) دو برابر می‌شود.

(۳) یک چهارم می‌شود.

(۴) تغییر نمی‌کند.

۷۰- بردارهای تنش در لبه‌های المان صفحه‌ای زیر داده شده‌اند. تنش قائم روی AC، چند برابر τ_0 است؟



(۱) -1

(۲) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

۷۱- وضعیت تنش صفحه‌ای،

$$\sigma_x = x^2 - 3y^2 + 4xy \text{ و } \sigma_y = c_1x^2 + c_2y^2 - 2xy, \tau_{xy} = \tau_{yx} = C_3x^2 + C_4y^2 + C_5xy$$

در یک جامد ایزوتروپ الاستیک خطی در حال تعادل و بدون حضور نیروی حجمی، در کدام صورت قابل قبول است؟ (از عدم سازگاری ناشی از درجه یک نبودن e_{zz} نسبت به x و y صرف نظر شود).

(۱) $c_1 = c_2 = c_3 = -1$ و $c_4 = c_5 = -2$

(۲) $c_1 = c_2 = c_3 = 1$ و $c_4 = c_5 = 2$

(۳) $c_1 = c_2 = c_3 = -1$ و $c_4 = c_5 = 2$

(۴) $c_1 = c_2 = c_3 = 1$ و $c_4 = c_5 = -2$

۷۲- جسم ایزوتروپ الاستیک خطی تحت افزایش دمای δT قرار دارد. اگر از همه مؤلفه‌های کرنش جلوگیری شود (یعنی اگر کرنش‌ها صفر نگه داشته شوند)، چگالی حجمی انرژی کرنشی حاصل کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2} \frac{E\alpha^2 \delta T^2}{(1-\nu)^2}$

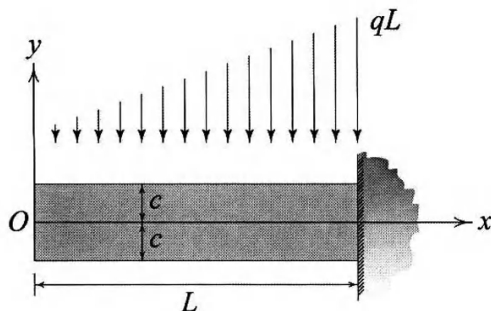
(۲) $\frac{3}{2} \frac{E\alpha^2 \delta T^2}{(1-2\nu)^2}$

(۳) $\frac{3}{2} \frac{E\alpha^2 \delta T^2}{(2-\nu^2)}$

(۴) $\frac{3}{2} \frac{E\alpha^2 \delta T^2}{(2-\nu)^2}$

۷۳- بر روی سطح فوقانی تیر زیر، بار گسترده خطی اعمال شده است. با فرض تابع تنش ایری به شرح زیر، اعمال کدام شرط مرزی مناسب نیست؟ (از نیروهای جسمی صرف نظر شود).

$$\phi = A_1 x^3 y^3 + A_2 x y^5 + A_3 x^3 y + A_4 x y^3 + A_5 x^3 + A_6 x y$$



$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right|_{x=0} = 0 \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{y=-c} = 0 \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right|_{y=c} = 0 \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{y=c} + qx = 0 \quad (4)$$

۷۴- اگر تانسور تنش در نقطه‌ای از جسم الاستیک با مدول حجمی $K = 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ به صورت

$$\sigma = \begin{bmatrix} 50 & 20 & -30 \\ 20 & 30 & -10 \\ -30 & -10 & 10 \end{bmatrix} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

در آن نقطه کدام است؟

$$4 \times 10^{-5} \quad (1)$$

$$10^{-5} \quad (2)$$

$$2 \times 10^{-5} \quad (3)$$

$$3 \times 10^{-5} \quad (4)$$

۷۵- رابطه تنش - کرنش تک‌محوره در حالت الاستیک غیرخطی برای یک ماده مطابق رابطه زیر است که در آن n و b ثابت هستند. چگالی انرژی کرنشی (W) چند برابر چگالی حجمی انرژی مکمل (Ω) است؟

$$\epsilon = b \sigma^n$$

$$\frac{n}{3} \quad (1)$$

$$\frac{n}{2} \quad (2)$$

$$n \quad (3)$$

$$2n \quad (4)$$

